**SME0602 - Cálculo Numérico – 1º semestre 2020**

**Prof. Elias Salomão Helou Neto**

**Projeto Prático 1**

**Zeros de Funções de Uma Variável**

**Alunos:**

**Paulo Katsuyuki Muraishi Kamimura 10277040**

**Guilherme Eiji Ichibara 10310700**

**Data: 30/05/2020**

[1. Introdução 3](#_Toc41768598)

[2. Questões 3](#_Toc41768599)

[2.1. Método de Newton 3](#_Toc41768600)

[2.2. Método de Halley 4](#_Toc41768601)

[2.3. Implementações 5](#_Toc41768602)

[2.4. Execução do programa 8](#_Toc41768603)

[2.5. Uso das implementações 9](#_Toc41768604)

[2.5.1. Equação 1 9](#_Toc41768605)

[2.5.2. Equação 2 9](#_Toc41768606)

[2.5.3. Equação 3 9](#_Toc41768607)

[2.6. Estimativa da ordem de convergência 9](#_Toc41768608)

# Introdução

Neste trabalho será implementado quatro métodos de aproximação de raízes, cada funcionamento será observado e os resultados serão comparados com três diferentes equações. Cada equação envolve um caso especial que será discutido ao decorrer do relatório. Será também analisado a ordem de convergência de cada método aplicado nas diferentes equações

O desenvolvimento do programa foi feito em linguagem C e além de ser responsável pelo cálculo das raízes também possui a função de converter os dados para o formato CSV para a facilitação da análise e interpretação dos dados.

# 2. Questões

# 2.1. Método de Newton

O d-ésimo método de Householder é dado por:

(1)

Substituindo em (1) temos:

(2)

Usando a regra do quociente em :

(3)

Substituindo (3) em (2):

Cortando o elemento em comum no numerador e denumerador obtemos:

# 2.2. Método de Halley

Substituindo em (1) temos:

(4)

Sabemos dado pela equação (3), para calcular derivamos novamente (3) também utilizando regra do quociente:

(5)

Obs: No passo acima foi necessário realizar a regra da cadeia na hora de realizar , resultando em .

Substituindo (3) e (5) em (4):

Cortando os termos e 2 do numerador e enumerador:

Distribuindo os termos para deixar com uma aparência da equação do enunciado do trabalho:

# 2.3. Implementações

A implementação se baseia nos arquivos *main.c, equations.c e methods.c.*

* **main.c** – função principal que invoca a execução de todos os métodos e também responsável por salvar os resultados num .csv para facilitação da transposição dos dados para uma planilha excel. Vale ressaltar que tal algoritmo não é necessário para a realização dos cálculos das raízes, só foi feito para facilitar a leitura dos dados.

A função implementada dentro da main.c responsável pela escrita dos dados no formato CSV chama concatena\_linha e basicamente separada os dados com um “;”. Também em sua implementação existe um controle para que ele pare de printar iterações caso todos os resultados extraídos de um determinado método já foram printados.

* **equations.c** – contém a definição das equações 1, 2 e 3 apresentado no enunciado. Cada função contém dois parâmetros, a variável x e a ordem de sua derivada, variando assim qual equação ele retornará.

O controle da escolha da ordem da derivada é realizado por meio de um switch/case.

|  |  |
| --- | --- |
| **Parâmetros** | **Entrada** |
| Variável da equação | x |
| Ordem da derivada | 0 = Função original |
| 1 = Primeira derivada |
| 2 = Segunda derivada |

|  |
| --- |
| double f(double x, int i){  switch (i){  case 0:  return (x - cos(x));  case 1:  return (1 + sin(x));  case 2:  return (cos(x));  default:  return -1;  }  } |

|  |
| --- |
| double g(double x, int i){  switch (i){  case 0:  return (x\*x\*x - 9\*x\*x + 27\*x -27);  case 1:  return (3\*x\*x-18\*x+27);  case 2:  return (6\*x-18);  default:  return -1;  }  } |

|  |
| --- |
| double h(double x, int i){  switch (i){  case 0:  return (exp(x) - cos(x));  case 1:  return (exp(x) + sin(x));  case 2:  return (exp(x) + cos(x));  default:  return -1;    } |

* **methods.c** – contém a implementação dos métodos para aproximação de raízes: bissecção, secante, Newton e Halley. Cada método recebe como parâmetro os valores iniciais e dependendo de qual método pode receber dois valores iniciais -bissecção e secante.

Também recebe como um parâmetro um vetor para armazenar todos os resultados a fim de possibilitar a utilização desses dados posteriormente. Por fim, a função de cada implementação dos métodos retorna à quantidade de iterações que foram necessárias para cumprir os critérios de tolerância absoluta determinado no enunciado da questão.

A fim de cumprir tal critério foi determinado uma condição de parada implementada na condição de uma rotina do...while. Temos a seguir o um exemplo da implementação do método de newton aplicado à equação 1.

# 2.4. Uso das Implementações

Para compilar o programabasta abrir o terminal na pasta do projeto e executar o seguinte comando para compilar os arquivos.c.

|  |
| --- |
| gcc main.c equations.c methods.c -o main |

Para rodar o programaexecute o seguinte comando no terminal aberto na pasta do projeto.

|  |
| --- |
| ./main |

Após a execução do programa será criado três arquivos .csv na pasta do projeto, sendo eles resultados1.csv, resultados2.csv e resultados3.csv. Cada um contendo os resultados dos quatro métodos. Resultado1 são os dados da primeira equação, resultado2 são os dados da segunda equação assim por diante.

A função responsável por converter os resultados já calculados e armazenados em um vetor para um arquivo .csv é opcional e foi somente uma forma de facilitar a visualização dos dados e não faz parte da implementação dos cálculos e dos métodos em si.

Foi discutido se isso influenciaria no desempenho do método numérico e chegou-se à conclusão que o registro dos dados não significa que o método realizou cálculos desnecessários para a obtenção das raízes.

Caso for desejado abrir os arquivos no Excel algumas observações são importantes na hora da visualização dos dados. É importante configurar o Excel para utilizar o separador decimal como “.” (ponto). Outro aspecto importante também na visualização é a precisão, é necessário selecionar todas as células e configura-los como formato de número com 16 casas decimais.

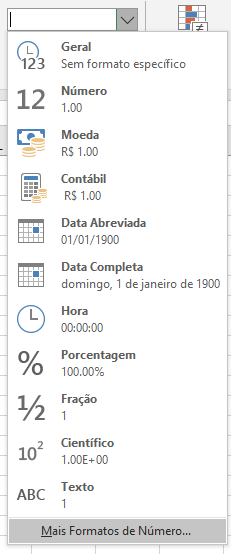
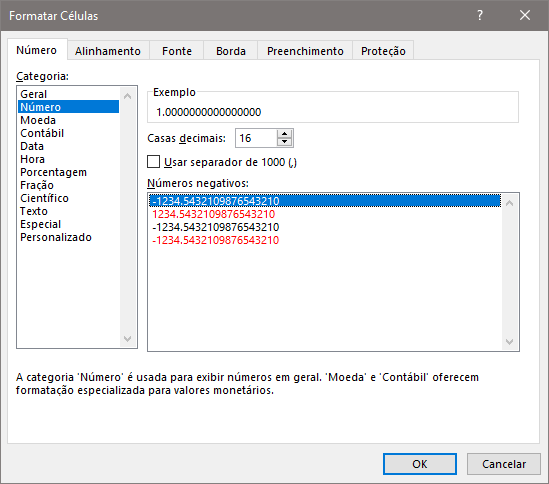


Figura : Formatação da célula como número com 16 casas decimais.

Figura Após selecionar todas as células,

Porém, ainda é possível abrir os arquivos em qualquer editor de texto, sendo possível visualizar os resultados sem qualquer formatação ou configuração.

# 2.4.1. Equação 1

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| i | Bissection | Secant | Newton | Halley |
| **x0=0; x1=2** | **x0=0; x1=2** | **x0=1** | **x0=1** |
| 0 | 1,0000000000000000 | 0,0000000000000000 | 1,0000000000000000 | 1,0000000000000000 |
| 1 | 0,5000000000000000 | 2,0000000000000000 | 0,7503638678402430 | 0,7408739950803430 |
| 2 | 0,7500000000000000 | 0,5854549279332180 | 0,7391128909113610 | 0,7390851338775810 |
| 3 | 0,6250000000000000 | 0,7171348682551960 | 0,7390851333852840 | 0,7390851332151600 |
| 4 | 0,6875000000000000 | 0,7399007654901230 | 0,7390851332151600 | 0,7390851332151600 |
| 5 | 0,7187500000000000 | 0,7390811360542050 | 0,7390851332151600 |  |
| 6 | 0,7343750000000000 | 0,7390851324955940 |  |  |
| 7 | 0,7421875000000000 | 0,7390851332151610 |  |  |
| 8 | 0,7382812500000000 | 0,7390851332151600 |  |  |
| 9 | 0,7402343750000000 |  |  |  |
| 10 | 0,7392578125000000 |  |  |  |
| 11 | 0,7387695312500000 |  |  |  |
| 12 | 0,7390136718750000 |  |  |  |
| 13 | 0,7391357421875000 |  |  |  |
| 14 | 0,7390747070312500 |  |  |  |
| 15 | 0,7391052246093750 |  |  |  |
| 16 | 0,7390899658203120 |  |  |  |
| 17 | 0,7390823364257810 |  |  |  |
| 18 | 0,7390861511230460 |  |  |  |
| 19 | 0,7390842437744140 |  |  |  |
| 20 | 0,7390851974487300 |  |  |  |
| 21 | 0,7390847206115720 |  |  |  |
| 22 | 0,7390849590301510 |  |  |  |
| 23 | 0,7390850782394400 |  |  |  |
| 24 | 0,7390851378440850 |  |  |  |
| 25 | 0,7390851080417630 |  |  |  |
| 26 | 0,7390851229429240 |  |  |  |
| 27 | 0,7390851303935050 |  |  |  |
| 28 | 0,7390851341187950 |  |  |  |
| 29 | 0,7390851322561500 |  |  |  |
| 30 | 0,7390851331874720 |  |  |  |
| 31 | 0,7390851336531340 |  |  |  |
| 32 | 0,7390851334203030 |  |  |  |
| 33 | 0,7390851333038880 |  |  |  |
| 34 | 0,7390851332456800 |  |  |  |
| 35 | 0,7390851332165760 |  |  |  |
| 36 | 0,7390851332020240 |  |  |  |
| 37 | 0,7390851332093000 |  |  |  |
| 38 | 0,7390851332129380 |  |  |  |
| 39 | 0,7390851332147570 |  |  |  |
| 40 | 0,7390851332156670 |  |  |  |
| 41 | 0,7390851332152120 |  |  |  |
| 42 | 0,7390851332149850 |  |  |  |
| 43 | 0,7390851332150980 |  |  |  |
| 44 | 0,7390851332151550 |  |  |  |
| 45 | 0,7390851332151840 |  |  |  |
| 46 | 0,7390851332151690 |  |  |  |
| 47 | 0,7390851332151620 |  |  |  |
| 48 | 0,7390851332151590 |  |  |  |
| 49 | 0,7390851332151600 |  |  |  |
| 50 | 0,7390851332151600 |  |  |  |

# 2.4.2. Equação 2

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| i | Bissection | Secant | Newton | Halley |
| **x0=1; x1;6** | **x0=1; x1=5** | **x0 = 2** | **x0 = 2** |
| 0 | 3,5000000000000000 | 1,0000000000000000 | 2,0000000000000000 | 2,0000000000000000 |
| 1 | 2,2500000000000000 | 5,0000000000000000 | 2,3333333333333300 | 2,5000000000000000 |
| 2 | 2,8750000000000000 | 3,0000000000000000 | 2,5555555555555400 | 2,7500000000000000 |
| 3 | 3,1875000000000000 | 3,0000000000000000 | 2,7037037037037000 | 2,8750000000000000 |
| 4 | 3,0312500000000000 |  | 2,8024691358024200 | 2,9375000000000000 |
| 5 | 2,9531250000000000 |  | 2,8683127572015900 | 2,9687500000000000 |
| 6 | 2,9921875000000000 |  | 2,9122085048007800 | 2,9843750000000000 |
| 7 | 3,0117187500000000 |  | 2,9414723365340000 | 2,9921875000000000 |
| 8 | 3,0019531250000000 |  | 2,9609815576891500 | 2,9960937500000000 |
| 9 | 2,9970703125000000 |  | 2,9739877051238300 | 2,9980468750000000 |
| 10 | 2,9995117187500000 |  | 2,9826584700833100 | 2,9990234375000000 |
| 11 | 3,0007324218750000 |  | 2,9884389800626700 | 2,9995117187500000 |
| 12 | 3,0001220703125000 |  | 2,9922926533883500 | 2,9997558593750000 |
| 13 | 2,9998168945312500 |  | 2,9948617689313700 | 2,9998779296875000 |
| 14 | 2,9999694824218700 |  | 2,9965745124777700 | 2,9999389648437500 |
| 15 | 3,0000457763671800 |  | 2,9977163416524500 | 2,9999694824218700 |
| 16 | 3,0000076293945300 |  | 2,9984775617417700 | 2,9999847412109300 |
| 17 | 3,0000267028808500 |  | 2,9989850408280400 | 2,9999847412109300 |
| 18 | 3,0000362396240200 |  | 2,9993233596561500 |  |
| 19 | 3,0000410079956000 |  | 2,9995489080095900 |  |
| 20 | 3,0000433921813900 |  | 2,9996992685912700 |  |
| 21 | 3,0000445842742900 |  | 2,9997995183422600 |  |
| 22 | 3,0000451803207300 |  | 2,9998663423813000 |  |
| 23 | 3,0000454783439600 |  | 2,9999108896202700 |  |
| 24 | 3,0000456273555700 |  | 2,9999401202681300 |  |
| 25 | 3,0000457018613800 |  | 2,9999599369244200 |  |
| 26 | 3,0000457391142800 |  | 2,9999746933148600 |  |
| 27 | 3,0000457577407300 |  | 2,9999894864331000 |  |
| 28 | 3,0000457670539600 |  | 2,9999466323512500 |  |
| 29 | 3,0000457717105700 |  | 2,9999640958743200 |  |
| 30 | 3,0000457740388800 |  | 2,9999751196829900 |  |
| 31 | 3,0000457752030300 |  | 2,9999827718755300 |  |
| 32 | 3,0000457757851100 |  | 2,9999987315932100 |  |
| 33 | 3,0000457760761400 |  | 2,9970553909015200 |  |
| 34 | 3,0000457762216600 |  | 2,9980369272834500 |  |
| 35 | 3,0000457762944200 |  | 2,9986912844494500 |  |
| 36 | 3,0000457763308000 |  | 2,9991275244408700 |  |
| 37 | 3,0000457763489900 |  | 2,9994183482817500 |  |
| 38 | 3,0000457763580900 |  | 2,9996122333164700 |  |
| 39 | 3,0000457763626400 |  | 2,9997414919257300 |  |
| 40 | 3,0000457763649100 |  | 2,9998276164802600 |  |
| 41 | 3,0000457763660500 |  | 2,9998850030092600 |  |
| 42 | 3,0000457763666100 |  | 2,9999231513463000 |  |
| 43 | 3,0000457763669000 |  | 2,9999488184297900 |  |
| 44 | 3,0000457763670400 |  | 2,9999650931690800 |  |
| 45 | 3,0000457763671100 |  | 2,9999767558607200 |  |
| 46 | 3,0000457763671500 |  | 2,9999767558607200 |  |
| 47 | 3,0000457763671600 |  |  |  |
| 48 | 3,0000457763671700 |  |  |  |
| 49 | 3,0000457763671800 |  |  |  |
| 50 | 3,0000457763671800 |  |  |  |

# 2.4.3. Equação 3

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| i | Bissection | Secant | Newton | Halley |
| **x0=-1; x1=2** | **x0=1; x1=2** | **x0=1** | **x0=1** |
| 0 | 0,5000000000000000 | 1,0000000000000000 | 1,0000000000000000 | 1,0000000000000000 |
| 1 | -0,2500000000000000 | 2,0000000000000000 | 0,3881655168657400 | 0,1501880136433960 |
| 2 | 0,1250000000000000 | 0,6129566283785490 | 0,0920303459456630 | 0,0020076165148970 |
| 3 | -0,0625000000000000 | 0,4025794026714920 | 0,0073463293261812 | 0,0000000067107334 |
| 4 | 0,0312500000000000 | 0,1348442424705910 | 0,0000533159208848 | -0,0000000000000001 |
| 5 | -0,0156250000000000 | 0,0375409545988820 | 0,0000000028423348 | 0,0000000000000001 |
| 6 | 0,0078125000000000 | 0,0044265015837714 | 0,0000000000000000 |  |
| 7 | -0,0039062500000000 | 0,0001605566619041 | 0,0000000000000000 |  |
| 8 | 0,0019531250000000 | 0,0000007079976337 |  |  |
| 9 | -0,0009765625000000 | 0,0000000001136586 |  |  |
| 10 | 0,0004882812500000 | 0,0000000000000000 |  |  |
| 11 | -0,0002441406250000 | 0,0000000000000000 |  |  |
| 12 | 0,0001220703125000 |  |  |  |
| 13 | -0,0000610351562500 |  |  |  |
| 14 | 0,0000305175781250 |  |  |  |
| 15 | -0,0000152587890625 |  |  |  |
| 16 | 0,0000076293945313 |  |  |  |
| 17 | -0,0000038146972656 |  |  |  |
| 18 | 0,0000019073486328 |  |  |  |
| 19 | -0,0000009536743164 |  |  |  |
| 20 | 0,0000004768371582 |  |  |  |
| 21 | -0,0000002384185791 |  |  |  |
| 22 | 0,0000001192092896 |  |  |  |
| 23 | -0,0000000596046448 |  |  |  |
| 24 | 0,0000000298023224 |  |  |  |
| 25 | -0,0000000149011612 |  |  |  |
| 26 | 0,0000000074505806 |  |  |  |
| 27 | -0,0000000037252903 |  |  |  |
| 28 | 0,0000000018626451 |  |  |  |
| 29 | -0,0000000009313226 |  |  |  |
| 30 | 0,0000000004656613 |  |  |  |
| 31 | -0,0000000002328306 |  |  |  |
| 32 | 0,0000000001164153 |  |  |  |
| 33 | -0,0000000000582077 |  |  |  |
| 34 | 0,0000000000291038 |  |  |  |
| 35 | -0,0000000000145519 |  |  |  |
| 36 | 0,0000000000072760 |  |  |  |
| 37 | -0,0000000000036380 |  |  |  |
| 38 | 0,0000000000018190 |  |  |  |
| 39 | -0,0000000000009095 |  |  |  |
| 40 | 0,0000000000004547 |  |  |  |
| 41 | -0,0000000000002274 |  |  |  |
| 42 | 0,0000000000001137 |  |  |  |
| 43 | -0,0000000000000568 |  |  |  |
| 44 | 0,0000000000000284 |  |  |  |
| 45 | -0,0000000000000142 |  |  |  |
| 46 | 0,0000000000000071 |  |  |  |
| 47 | -0,0000000000000036 |  |  |  |
| 48 | 0,0000000000000018 |  |  |  |
| 49 | -0,0000000000000009 |  |  |  |
| 50 | 0,0000000000000004 |  |  |  |
| 51 | -0,0000000000000002 |  |  |  |

# 2.5. Estimativa da ordem de convergência

(1)

# 2.5.1. Equação 1

(1)

Para a primeira equação, utilize o resultado obtido pelo

método de Halley como aproximação para x\_.

# 2.5.2. Equação 2

# 2.5.3. Equação 3

\*maior raíz